

Exercice 2

4 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points :

$$A(4; -4; 4), \quad B(5; -3; 2), \quad C(6; -2; 3), \quad D(5; 1; 1)$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B .
2. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x - y - 8 = 0.$$

3. On note d la droite passant par le point D et orthogonale au plan (ABC).

- a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .
- b. On note H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
Déterminer les coordonnées du point H.
- c. Montrer que $DH = 2\sqrt{2}$.

4. a. Montrer que le volume de la pyramide ABCD est égal à 2.

On rappelle que le volume V d'une pyramide se calcule à l'aide de la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$$

où \mathcal{B} est l'aire d'une base de la pyramide et h la hauteur correspondante.

- b. On admet que l'aire du triangle BCD est égale à $\frac{\sqrt{42}}{2}$.

En déduire la valeur exacte de la distance du point A au plan (BCD).